

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-01	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Calculus	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

1. Attempt any three questions from section A and Four questions from section B.
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।
2. Question No. 1 to 9 are long answer questions answer should be in 800 to 1000 words
प्रश्न संख्या 1 से 9 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है जिनका उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखना है।
3. In each of the question No. 4 to 7 there are short answer questions answer should be
given in 200 to 300 words.
प्रश्न संख्या 4 से 7 लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिनका उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखना है।

खण्ड - 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. लेगरॉन्ज प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।

State and prove Lagrange's mean value theorem.

2. यदि $y = e^{ax} \sin bx$ तो सिद्ध कीजिए कि $y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$

If $y = e^{ax} \sin bx$ prove that $y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$.

3. ज्ञात करें :

Find :

(a) $\frac{d}{dx} \left((\cos x)^{\tan x} + (\cot x)^{\sin x} \right)$

मैकलॉरियन प्रमेय के सहयोग से $y = \log(1 + \sin x)$ का विस्तार लिखें।

(b) Expand $y = \log(1 + \sin x)$ by Maclaurin's theorem.

4. रोलस प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें ?

State and prove Roll's theorem.

5. निम्न वास्तविक मान फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{जब } x \text{ परिमेय है} \\ 0 & \text{जब } x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$$

की सतत्ता की जाँच कीजिए।

Investigate the continuity for the realvalued function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) \begin{cases} x & \text{when } x \text{ is rational} \\ 0 & \text{when } x \text{ is irrational} \end{cases}$$

6. यदि $y = [\log(x + \sqrt{x^2 + 1})]^2$ तब $(y_n)0$ का मान ज्ञात करें।

If $y = [\log(x + \sqrt{x^2 + 1})]^2$ then find the value of $(y_n)0$

7. दिखाइये कि $x \rightarrow 0$ $\frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}$

Show that $x \rightarrow 0$ $\frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}$

8. वक्र की अनन्तस्पर्शी परिभाषित कीजिये तथा वक्र $y = \frac{2}{x-3}$ की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Define asymptote of a curve and hence find asymptotes of the curve $y = \frac{2}{x-3}$

9. यदि $I_n = \int_0^{\lambda} \tan^n x \, dx$ तो दिखाइये कि $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

If $I_n = \int_0^{\lambda} \tan^n x \, dx$ show that $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

खण्ड - ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. लागरान्ज प्रमेय को अन्तराल $[0, \frac{1}{2}]$ में फलन $f(x) = x(x-1)(x-2)$ सत्यापित कीजिए।

Verify lagrange's theorem for the function $f(x) = x(x-1)(x-2)$ in $[0, \frac{1}{2}]$

2. टेलर प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि—

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2^2 x^4}{4!} - \frac{2^2 x^5}{5!} + \dots$$

Using Taylor's theorem prove that

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2^2 x^4}{4!} - \frac{2^2 x^5}{5!} + \dots$$

3. यदि $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan^4 x \, dx$ तब दशाइयें कि $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan^4 x \, dx$ then show that $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

4- ज्ञात करें।

Evaluate.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x^2} \right)$$

Discuss the continuity of $f(x)$ at $x = a$.

5. सिम्पसन 3/8th नियम का उपयोग करके $\int_0^6 \frac{1}{1+x} \, dx$

Using Simpson's 3/8th rule evaluate $\int_0^6 \frac{1}{1+x} \, dx$

6- अवकलन ज्ञात करें।

Differentiate.

$$\left(\frac{2e^{-x} \cos x}{1+x^4} \right)^{1/2}$$

7. ज्ञात करें : $x \rightarrow \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Evaluate: $x \rightarrow \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

8. बिन्दु $x = 2$ के समीप फलन $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 5x + 9$ को टेलर श्रेणी की सहायता से विस्तार करें।

Expand $f(x) + 3x^4 - 6x^2 + 5x + 9$ in Taylor series about the point $X = 2$

9. फलन $x = a(t - \cos t)$, $y = a(t + \cos t)$ के रेखाचित्र का अनुरेखण करें।

Draw the graph of the function $x = a(t - \cos t)$, $y = a(t + \cos t)$

10. यदि $y = x^{n-1} \log x$ तो दवाँ अवकलन ज्ञात करें।

if $y = x^{n-1} \log x$, then find n^{th} derivative.

11. फलन $(\log e^x)^{\sin x}$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

Find $\frac{dy}{dx}$ of function $(\log e^x)^{\sin x}$ with respect to x .

12. अन्तराल $[-3,1]$ में फलन $f(x) = (x^2 + 2x - 3)^{ex}$ के लिए रोले की प्रमेय की सत्यता की जाँच कीजिए।

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = (x^2 + 2x - 3)^{ex}$ in the interval $[-3,1]$

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-02	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Linear Algebra	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।
2. Question No. 1 to 9 are long answer questions answer should be in 800 to 1000 words
प्रश्न संख्या 1 से 9 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है जिनका उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखना है।
3. In each of the question No. 4 to 7 there are short answer questions answer should be
given in 200 to 300 words.
प्रश्न संख्या 4 से 7 लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिनका उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखना है।

खण्ड - 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. यदि V एक सीमित विमीय सदिश समष्टि है और $T : V \rightarrow V^1$ एक रेखीय प्रतिचित्रण है, तो सिद्ध कीजिए कि V की बीमा = T की कोटि. T की शून्यता

If V is a finite dimensional vector space and $T : V \rightarrow V^1$ is a linear map, then prove that $\text{Lim } V = \text{rank } T + \text{nullity } T$

2. रेखीय रूपान्तरण $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (2x + y, y - z, 2y + 4z)$ द्वारा परिभाषित, के सभी अभिलाक्षणिक मान तथा अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए। क्या T विकर्णीय है?

Find all eign values and eign vectors of a linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, defined as $T(x, y, z) = (2x + y, y - z, 2y + 4z)$. Is T diagonalizatable?

3. अन्तः गुणन समष्टि में सदिश के नार्म को परिभाषित कीजिए। यदि a तथा b एक अन्तः गुणन समष्टि $(V, \langle \rangle)$ के दो रेखिक स्वतंत्रा सदिश हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$|\langle a, b \rangle| < \|a\| \|b\|.$$

Define the norm of a vector in an inner product space. If a and b are two linearly independent vectors of an inner product space $(V, \langle \rangle)$, then prove that

$$|\langle a, b \rangle| < \|a\| \|b\|.$$

4. यदि w_1 तथा w_2 कोई दो उप सीमित विमीय सदिश समष्टि हो तो दर्शित कीजिए कि विमा $(w_1 + w_2) =$ विमा w_1 विमा $w_2 -$ विमा $(w_1 \cap w_2)$

If w_1 and w_2 are any two finite subspaces of a vector space V then show that $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$

5. दो वर्गीय आव्यूह A और B के लिए सिद्ध कीजिए

(a) अवषेय $(A+B) =$ अवषेय $A +$ अवषेय B

(b) अवषेय $(AB) =$ अवषेय (BA)

For two square matrices A and B show that

(a) trace $(A+B) =$ trace $A +$ trace B

(b) trace $(AB) =$ (trace $BA)$

6. बेसेल असर्वसमिका किसी अन्तः गुणन समष्टि हेतु उद्धृत कीजिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Bessel's inequality in and Inner product space.

7. आव्यूह $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ के सभी आयमान तथा आयमान सदिशों को ज्ञात कीजिए।

Find the eigen Values and eigen vectors of the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

9. माना कि \mathbb{R}^2 पर f एक बाइलिनियर फॉर्म है। जो $f((x_1, x_2) (y_1, y_2)) = (2x_1y_1 - 3x_1y_2 + 3x_1y_2 + x_2y_2)$ से परिभाषित हो तो $B_1\{(1,0) (1, -1)\}$ तथा $B_2\{(2,1) (1,1)\}$ के सापेक्ष एक आव्यूह P ज्ञात कीजिए।

Let f be a bilinear form of \mathbb{R}^2 defined as $f((x_1, x_2) (y_1, y_2)) = (2x_1y_1 - 3x_1y_2 + 3x_1y_2 + x_2y_2)$ then find a $B_1\{(1,0) (1,1)\}$ and $B_2\{(2,1) (1, -1)\}$ matrix P with respect to B_1 and B_2 .

खण्ड - ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र हरमिशियन आव्यूह के सभी चारित्रिक मूल वास्तविक हैं।

Prove that the characteristics roots of a complex hermitian matrix are all real.

2. यदि $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$ द्वारा परिभाषित प्रतिचित्रण रेखीय है, तो T की कोटि (जाति) तथा शून्यता ज्ञात कीजिए।

If a map $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ be defined by $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$ is linear, find rank and nullity of T .

3. एक फलन f , \mathbb{R}^2 पर निम्नप्रकार से परिभाषित है :

$$f(x, y) = (x_1 - y_1)^2 + x_1 y_2, \text{ जहाँ } x = (x_1, x_2) \text{ and } y = (y_1, y_2)$$

क्या f एक द्विरेखीय रूप है? जाँच कीजिए।

A function f is defined on \mathbb{R}^2 as follows:

$$f(x, y) = (x_1 - y_1)^2 + x_1 y_2, \text{ where } x = (x_1, x_2) \text{ and } y = (y_1, y_2)$$

Is f a bilinear forms? Verify.

4. यदि V क्षेत्र F पर सदिश समष्टि इस प्रकार है कि इसका कोई उचित उपसमष्टि नहीं है, तो दर्शाइए कि $V = \{0\}$ अथवा V की बीमा एक है।

Let V be a vector space over a field F such that it has no proper subspace. Then show that either

$$V = \{0\} \text{ or } \dim V = 1.$$

5. सिद्ध कीजिए कि आव्यूह B तथा $P^{-1} B P$ आव्यूह के चारित्रिक मूल समान है

Show that the characteristic roots of matrix B and matrix $P^{-1} B P$ are same.

6. निम्न में कौन प्रतिचित्रण रेखीय है जबकि $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

(अ) $T(x_1, x_2) = (1 + x_1, x_2)$

(ब) $T(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$

Which of the following is a linear transformation where $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

(a) $T(x_1, x_2) = (1 + x_1, x_2)$

(b) $T(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$

7. सिद्ध कीजिए कि कोई रेखीय रूपान्तरण विकर्णीय है यदि उसके अभिलाक्षणिक मूलों की संख्या सीमित विमीय सदिश समष्टि के बराबर है।

Prove that a linear transformation on vector space is diagonalizable if the eigen values of the transformation are as much equal as the dimension of vector space.

8. यदि F कालम सदिष का सदिष समष्टि है तथ A , n कोटि की वर्ग आव्यूह है तब सिद्ध कीजिए कि $f: F \times F \rightarrow F$

जहाँ $f(X, Y) = X^t AY$ एक द्विरेखीय रूप है।

If F is a vector space of column vectors and A be a square matrix of order n then show that $f: F \times F \rightarrow F$ where $f(X, Y) = X^t AY$ is a bilinear form on vector space.

9. सिद्ध कीजिए कि समान आव्यूह के आयगन मान भी समान होंगे।

Prove that eigen values of similar matrices are similar.

10. दो समुच्चयों का सममित अन्तर परिभाषित कीजिए तथा दिखाइये कि सममित अन्तर साहचर्य नियम का पालन करता है।

Define Symmetric difference of two sets. Show that symmetric differences is as sociative.

11. यदि $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है। यदि $A \subseteq X, B \subseteq X$ तो दिखाइये $f(A \cup B) \subseteq f(A) \cup f(B)$.

Let $f: X \rightarrow Y$ be a map. Let $A \subseteq X, B \subseteq X$ then show that $f(A \cup B) \subseteq f(A) \cup f(B)$.

12. इनर प्रोजेक्ट स्पेस को उदाहरण के साथ परिभाषित कीजिए।

Define inner product space with an example.

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-04	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Elementary Algebra	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड - 'अ'
Section 'A'
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. (क) यदि **a, b, c** असमान तथा धनात्मक हैं, तो दर्शाइए कि

$$\frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{2} (a+b+c)$$

- (a) If **a, b, c** are positive and unequal, then show that

$$\frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{2} (a+b+c)$$

(ब) हल कीजिए : $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0$.

(b) Solve : $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0$

2. (क) सिद्ध कीजिए—

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

- (a) Prove that—

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

- (ब) यदि समीकरण $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ के मूल हरात्मक श्रेणी में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $2q^3 = r(3pq - r)$.
- (b) If the roots of the equation $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ are in harmonic progression, then prove that $2q^3 = r(3pq - r)$.

3. λ तथा μ के किन मानों के लिए समीकरणों के समूह का

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\x - 2y + 3z &= 10 \\x + 2y + 2z &= \mu\end{aligned}$$

- (i) को हल नहीं है।
(ii) एक अद्वितीय हल है।
(iii) अभिमित हल है।

For what values of λ and μ the system of equations has

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\x - 2y + 3z &= 10 \\x + 2y + \lambda z &= \mu\end{aligned}$$

- (i) No solution.
(ii) A unique solution.
(iii) On infinite solutions.

4 (a) समीकरण $(z^2 - 2^2) = (1 + i)^2$ को हल कीजिये।

Solve the equation $(z^2 - 2^2) = (1 + i)^2$

(b) कार्डानो विधि से त्रिघात समीकरण $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ को हल कीजिये।

Solve the cubic equation $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ by Cardano's method.

5 (a) समीकरण तंत्र के सभी हल ज्ञात कीजिये।

$$x - y + z = 0, -3x + y - 4z = 0, 7x - 3y - 9z = 0 \text{ तथा } 4x - 2y - 5z = 0$$

Find all the solutions of the system of equations

$$x - y + z = 0, -3x + y - 4z = 0, 7x - 3y - 9z = 0 \text{ and } 4x - 2y - 5z = 0$$

(b) धनात्मक वास्तविक x, y, z के लिए यदि $x^3 + y^3 + z^3 = 81$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x + y + z \leq 9$

If x, y, z such that $x^3 + y^3 + z^3 = 81$, then Prove that $x + y + z \leq 9$

6 (a) चतुर्घात समीकरण $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 10x - 3 = 0$ को हल कीजिए।

Solve the biquadratic equation $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 10x - 3 = 0$

(b) यदि n कोई धन पूर्णांक संख्या है तो सिद्ध करें

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$$

If n is a positive integer then prove that

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$$

7. क्रमेर के नियम की सहायता से निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए।

Solve with the help of Cramer's rule the simultaneous equations,

$$x+y+z = 3$$

$$x+2y+3z = 4$$

$$x+4y+9z = 6$$

8. 60 लोगों के सर्वेक्षण में पाया गया कि 25 लोग समाचार पत्र H, 26 लोग समाचार पत्र T, 26 लोग समाचार पत्र I, 9 लोग H तथा I दोनों, 11 लोग H तथा T दोनों, 8 लोग T तथा I दोनों और 3 लोग तीनों समाचार पत्र पढ़ते हैं तो निम्नलिखित ज्ञात कीजिए कि कम से कम एक समाचार पत्र पढ़ने वाले की संख्या कितनी है।

In a survey of 60 people, it was found that 25 people read Newspaper H, 26 read Newspaper T, 26 read Newspaper I, 9 read both H & I, 11 read both H and T, 8 read both T and I, 3 read all these news paper. Find number of people who read at least one of the newspaper.

9. A तथा B का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\left(\frac{l-i}{l+t}\right)^{36} = A + iB$

Find the values of A and B, if $\left(\frac{l-i}{l+t}\right)^{36} = A + iB$

खण्ड - ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. $\sin^6\theta$ को $\cos\theta$ के पदों में व्यक्त कीजिए।

Express $\sin^6\theta$ in terms of multiple of $\cos\theta$.

2. यदि α, β , समीकरण $x^4 - 3x - 6 = 0$ के मूल हों, तो $\alpha^4 + \beta^4$ का मान ज्ञात कीजिए।

If α, β are roots of the equation $x^4 - 3x - 6 = 0$ then find the value of $\alpha^4 + \beta^4$.

3. हल कीजिए : $7^{2x} + 2.7^x - 15 = 0$

Solve : $7^{2x} + 2.7^x - 15 = 0$

4. सिद्ध कीजिए कि $A \cup B = A \cap B$ यदि और केवल यदि $A = B$

Prove that $A \cup B = A \cap B$ if $A = B$

5. $(1 - i\sqrt{3})^5$ को $(a + ib)$ रूप में व्यक्त कीजिए।

Express $(1 - i\sqrt{3})^5$ in the form $a + ib$.

6. यदि n एक धनात्मक पूर्णांक संख्या है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(\sqrt{3} - i)^n + (\overline{\sqrt{3} - i})^n = 2^{4+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

If n is a +ve integer, then prove that

$$(\sqrt{3} - i)^n + (\overline{\sqrt{3} - i})^n = 2^{4+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

7. सिद्ध कीजिए $(1 + \cos\theta + i \sin\theta)^n + (1 + \cos\theta - i \sin\theta)^n = 2^{n+1} \cos^n \frac{\theta}{2} \times \cos \left(\frac{n\theta}{2}\right)$

Prove that $(1 + \cos\theta + i \sin\theta)^n + (1 + \cos\theta - i \sin\theta)^n = 2^{n+1} \cos^n \frac{\theta}{2} \times \cos \left(\frac{n\theta}{2}\right)$

8. सिद्ध कीजिए $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Prove that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

9. यदि α, β समीकरण $3x^2 - 2x - 16 = 0$ के मूल हों तो $\alpha^4 + \beta^4$ का मान ज्ञात करें।

If α, β are roots of $3x^2 - 2x - 16 = 0$ then find the value of $\alpha^4 + \beta^4$

10. समीकरण $|z - 5 - 6i| = 4$ के बिन्दुओं से निर्मित Z बिन्दुपथ को ज्ञात करें।

What is locus of the points Z represented by $|z - 5 - 6i| = 4$

11. सम्मिश्र संख्या $(-3 + \sqrt{3}i)$ का ध्रुवीय रूप ज्ञात कीजिये।

Find the polar form of complex number $(-3 + \sqrt{3}i)$

12. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए। $|x - 1| \leq s; |x| \geq 2$

Solve the following system of inequations. $|x - 1| \leq s; |x| \geq 2$

13. यदि w_1, w_2 इकाई के घनमूल हों तो सिद्ध कीजिए $(1 + 5w^2 + w^4)(1 + 5w + w^2)(5 + w + w^2) = 64$

If w_1, w_2 are three cube roots of unity prove that $(1 + 5w^2 + w^4)(1 + 5w + w^2)(5 + w + w^2) = 64$

14. यदि समीकरण $ax^2 - 3x + 1 = 0$ का एक मूल $2+i$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।

If equation $ax^2 - 3x + 1 = 0$ has one root as $2+i$ then find the value of a .

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-05	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Analytical Geometry	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	---	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड - 'अ'
Section 'A'
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।
Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. Find the equation of tangent at (r_1, θ_1) to the conic

$$\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$$

शंकु $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$ dk (r_1, θ_1) पर स्पर्शी का समीकरण लिखें।

2. Find the shortest distance between the Lines $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ and $\vec{r} = \vec{c} + s\vec{d}$

रेखाओं $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ तथा $\vec{r} = \vec{c} + s\vec{d}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करें।

3. Find the equation of the cone whose generating curve is $X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$ and $X + Y + Z = 1$, whose vertex is $(0, 0, 0)$.

शंकु का समीकरण लिखें जिसका जनरेटिंग वक्र $X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$ तथा $X + Y + Z = 1$ है, तथा $(0, 0, 0)$ है।

4. शंकु का समीकरण ज्ञात करें जिसका शीर्ष $(1, 2, 3)$ है तथा जनित करने वाला वक्र एक वृत्त है जिसका समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x + y + z = 1$ है।
Find the equation of the cone whose vertex is $(1, 2, 3)$ and guidelines curve the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x + y + z = 1$.

5. सिद्ध कीजिए की दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के केन्द्र से डाले गये स्पर्षो का बिन्दुपथ स्पर्षी समतल पर $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2y^2z^2)^2$ होगा।

Prove that the locus of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ to the tangent planes is $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2y^2z^2)^2$

6. रेखाओं $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$ तथा $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}$ के उभयनिष्ठ लम्ब की लम्बाई तथा समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the length and equation of the common perpendicular to the lines $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$ and $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}$

7. यदि PSP' एक शंकव की एक नाभीय जीवा हो तो सिद्ध कीजिए कि P और P' पर स्पर्षियों के बीच का कोण $\tan^{-1}\left(\frac{2c \sin x}{1-e^2}\right)$ है। जहाँ जीवा एवं अल के बीच का कोण है।

If PSP' is a focal chord of a conic, then prove that the angle between the tangents at P and P' is: $\tan^{-1}\left(\frac{2c \sin x}{1-e^2}\right)$ where r is the angle between the chord and the axis.

8. सिद्ध कीजिए कि रेखा $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ शंकव $\frac{l}{r} = 1 + c \cos \theta$ को स्पर्ष करेगी यदि $(A - e)^2 + B^2 = 1$

Prove that $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ the line will touch cone $\frac{l}{r} = 1 + c \cos \theta$ if $(A - e)^2 + B^2 = 1$.

9. यदि r_1 तथा r_2 त्रिज्याओं के दो गोलों एक दूसरे को लम्बवत् काटते हों तो सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ है।

If two spheres of radii r_1 and r_2 cut orthogonally. Prove that the radius of the common circle is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$.

खण्ड - ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. शंकव $\frac{l}{r} = a \cos \theta + b \sin \theta$ की उत्केन्द्रमा तथा लैटिस रेक्टम की लम्बाई ज्ञात करें।

Find the eccentricity and length of latus rectum of the conic $\frac{1}{r} = a \cos \theta + b \sin \theta$.

2. उस समतल का समीकरण ज्ञात करें जो (1, -1, 2) से गुजरता है तथा समतल $2x + 3y - 4z = 8$ तथा $3x - 2y + 3z = 6$ पर लम्बवत् है।

Find the equation of a plane which passes through (1, -1, 2) and which is perpendicular to the planes $2x + 3y - 4z = 8$ and $3x - 2y + 3z = 6$

3. (a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c) तथा (0, 0, 0). से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात करें।

Find the equation of the sphere passing (a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c) and (0, 0, 0).

4. गोला $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 3y + 4z + 22 = 0$ के (-1, -2, 3) पर स्पर्शी का समीकरण ज्ञात करें।

Find the equation of the tangent at (-1, -2, 3) to the sphere $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 3y + 4z + 22 = 0$

5. r_1 तथा r_2 त्रिज्या वाले एवं एक दूसरे के लम्बवत् काटने वाले गोलों के प्रतिच्छेद वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।
Find the radius of circle of inter-sector of two spheres having radii r_1 and r_2 and cutting each other orthogonally.

6. शांकव का अनुरेखण कीजिए। $22x^2 - 12xy + 17y^2 - 112x + 92y + 178 = 0$
Trace the conic $22x^2 - 12xy + 17y^2 - 112x + 92y + 178 = 0$

7. शांकव $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$ की दो परस्पर लम्ब स्पर्शियों के कटान बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

Find the locus of the point of inter-section of two perpendicular tangents to the conic $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$

8. अतिपखलज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 16$ के बिन्दु (2,3,4) पर जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the equation to the generating lines of the hyperboloid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 16$ at the point (2,3,4)

9. दिखाइये कि मूलबिन्दु और बिन्दुओं (a, 0, 0), (0, b, 0) और (0, 0, c) से गुजरने वाले गोले का समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0$ है।

Show that the equation of the sphere passing through the origin and points (a, 0, 0), (0, b, 0) and (0, 0, c) is $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0$.

10. बिन्दुओं (1,2,3) और (2,3,5) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line passing through the points (1,2,3) and (2,3,5).

11. बिन्दु (3, -1, 11) से रेखा $\frac{x}{y} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर डाले गये लम्ब की समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the perpendicular drawn from the point (3, -1, 11) to the line $\frac{x}{y} =$

$$\frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

12. यदि l, m, n किसी रेखा की दिक् कोज्जायें हैं तो सिद्ध कीजिए कि $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

If l, m, n are direction cosines of a line, then prove that $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-06	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Abstract Algebra	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'
Section 'A'
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. दिखायें कि इकाई का 6जी roots एक आबेली समूह समिश्र संख्याओं के गुणन के सापेक्ष होता है।
Show that 6th roots of unity is an abelian group with respect to multiplication of complex numbers.
2. दिखायें कि परिमित आबेली इन्टीग्रल परिक्षेत्रा एक फील्ड होगा।
Show that a finite commutative integral domain is a field.
3. दिखायें कि प्रत्येक परिमित semigroup जिसमें निरस्तीकरण नियम लागू होता है, एक समूह होगा लेकिन इसके उल्टा सत्य नहीं होता है।
Show that every finite semigroup in which cancellation laws hold, is a group but converse is not true.
4. समूह के समरकारिता का प्रधान प्रमेय लिखकर उसे सिद्ध करें।
State and Prove fundamental theorem of group homomorphism.
5. दिखायें कि सभी निष्चित इन्टीग्रल डोमैन एक फील्ड होगा।
Show that every finite integral domain is a field.

6. यदि समूह G का M एक प्रसामान्य उपसमूह हो तथा H, G का उपसमूह हो तो दिखायें कि— (1) $H \cap G$, H का एक परसामान्य उपसमूह है। (2) HN, G का एक उपसमूह है तथा (3) N, HN का प्रसामान्य उपसमूह है।

Let N be a normal subgroups of a group G and H be a subgroup of G then show that: (i) $H \cap N$ is normal subgroup of H (ii) HN is a subgroup of G (iii) N is normal subgroup of HN .

7. सिद्ध कीजिए कि यदि G एक आबेली समूह है तो $G|_{Z(G)}$ एक चक्रीय समूह होगा। जहाँ $Z(G), G$ का केन्द्र हो।

Prove that if G is abelian then $G|_{Z(G)}$ is cyclic where $Z(G)$ is centre of G .

8. सिद्ध कीजिए कि कोई भी अनन्त समूह $(Z, +)$ के समकारिक होगा।

Prove that any infinite groups is isomorphic to $(Z, +)$.

9. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक निश्चित इन्टीग्रल डोमेन एक फील्ड होगा।

Prove that every finite integral domain is a field.

खण्ड – ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. एक आबेली समूह का उदाहरण दीजिए जो चक्रीय नहीं हो।

Give an example of an abelian group which is not cyclic.

2. $(Z_{12}, +)$ के सभी उपसमूहों को लिखें।

Give all sub groups of $(Z_{12}, +)$

3. लेगरॉन्ज प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।

State and prove Lagrange's theorem.

4. दिखायें कि किसी समूह में इकाई तथा प्रतिलोम अवयव हमेशा अकेला होता है।

Show that in a group G identity and inverse of an element are always unique in G .

5. यदि $f: G_1 \rightarrow G_2$ एक समूह समकालिक हैं तो दिखायें कि $\text{kernel}(f)$ G_1 का एक प्रसामान्य उपसमूह होगा।
Let $f: G_1 \rightarrow G_2$ be a group homomorphism then show that $\text{kernel } f$ is a normal subgroup of G_1 .
6. यदि H तथा K के परिमित उपसमूह हों तो सिद्ध कीजिए— $o(HK) = \frac{o(H)o(K)}{o(H \cap K)}$
If H and K are finite subgroups of a group G then show that $o(HK) = \frac{o(H)o(K)}{o(H \cap K)}$
7. यदि $f: X \rightarrow Y$ तथा A, B, X के उपसमुच्चय हों तो दिखायें कि $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
If $f: X \rightarrow Y$ and A, B are subsets of X . then prove that $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
8. एक अचक्रीय समूह का उदाहरण बतायें जिसके सभी उपसमूह चक्रीय हों।
Give an example of a non-cyclic group whose all subgroups are cyclic.
9. सिद्ध कीजिए कि दो पूर्वग बहुपदों का गुणन भी एक पूर्वग बहुपद होगा।
Prove that product of two primitive polynomials is also a primitive polynomial.
10. एक अचक्रीय समूह का उदाहरण दीजिए जिसके सभी उप समूह चक्रीय हों।
Give an example noncycle group whose all subgroups are cyclic.
11. $\mathbb{Z}/20$ के सभी शून्य जनित अवयवों को ज्ञात कीजिए।
Find all zero divisor elements of $\mathbb{Z}/20$.
12. उदाहरण सहित यूनिक फैक्टराइज्म डोमेन को परिभाषित कीजिए।
Define unique factorization domain with example.

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-07	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Advance Calculus	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'
Section 'A'
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. यूलर प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।
State and prove Euler's theorem.
2. चेन नियम को लिखकर सिद्ध करें।
State and prove chain rule.
3. फलन $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ में $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ द्वारा परिभाषित है तो दिखायें कि (1) f , $(0,0)$ पर सतत है। (2) $(0,0)$ पर आंशिक अवकलन का अस्तित्व है। (3) $u=(u_1, u_2)$, $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$ पर दिक् अवकलनीय का अस्तित्व नहीं है। (4) $(0,0)$ पर f अवकलनीय नहीं है।
Let $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be defined by $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ then show that (i) f is continuous at $(0,0)$ (ii) The directional exists at $(0,0)$ (iii) The directional derivatives does not to exists along $u=(u_1, u_2)$, $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$. (iv) f is not differentiable at $(0,0)$.
4. दिखायें कि दो सतत फलन का संयोजन भी सतत होता है। लेकिन इसका उल्टा सही नहीं होता है।
Show that composition of two continuous function is continuous but converse is not true.
5. समांगी फलन का यूलप्स प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Euler's theorem for homogenous functions.

6. a को तीन भागों में विभाजित कीजिए ताकि उसका गुणनफल अधिकतम हो।
Divided a into three parts such that their product shall be maximum.
7. विलोम फलन प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।
State and prove inverse function theorem.
8. दिक् अवकलन को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।
Define directional derivatives with an example.
9. (a) if $y^x + x^y = a^b$ then show that $\frac{dy}{dx} = \frac{y^x \log y + yx^{y-1}}{xy^{x-1} + x^y \log x}$
(b) if $x = \gamma \cos \theta, y = \gamma \sin \theta, z = z$ then calculate $\frac{d(x,y,z)}{d(\gamma, \theta, z)}$

खण्ड – ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. दिखायें कि $x = u + v + w, y = uv + vw + wu$ तथा $z = u^3 + v^3 + w^3 - 3uvw$ स्वतंत्र नहीं है।
Show that $x = u + v + w, y = uv + vw + wu$ and $z = u^3 + v^3 + w^3 - 3uvw$ are not independent.
2. एक उदाहरण देकर दिखायें कि डाइरेक्शनल अवकलन अस्तित्व में है लेकिन वह अवकलनीय नहीं है।
Give an example for which directional derivatives exist but not differentiable.
3. दिखायें कि प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत होता है लेकिन इसका उलटा नहीं सत्य होता है।
Show that every differentiable functions are continuous but converse is not true.
4. विस्तार करें। $y = \sin(e^{-x} + 1)$
Expand $y = \sin(e^{-x} + 1)$

5. let $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be a function defined by $f(x, y) \begin{cases} \left(\frac{x}{|x|}, y\right) & \text{if } x \neq 0 \\ (1, y) & \text{if } x = 0 \end{cases}$ then show that $\lim |f(x, y)| = 1$ but $\lim f(x, y)$ does not exist.

6. ज्ञात करो— $\iint \frac{\sin y}{y} dx dy$

Find $\iint \frac{\sin y}{y} dx dy$

7. विस्तार करो— $y = \log(\sin x + e^2)$

Expand $y = \log(\sin x + e^2)$

8. ज्ञात करो— $x \rightarrow \infty (\tan_x)^{\frac{1}{x^2}}$

Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} (\tan_x)^{\frac{1}{x^2}}$

9. If $x^3 + y^3 = u + v$ and $x^2 + y^2 = u^3 + v^3$ then find $\frac{d(x, y)}{d(u, v)}$

10. $\int (x^2 y^2 dx + 2x^5 y dy)$ को प्रयोग करके ज्ञात करें जहाँ $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ हों।

Evaluate $\int (x^2 y^2 dx + 2x^5 y dy)$ by applying Green's theorem where $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

11. यदि $u = f(y-z, z-x, x-y)$ हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$

If $u = f(y-z, z-x, x-y)$ then prove that $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$

12. यदि $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ परिभाषित है $f(x, y) \left\{ \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^3} \right\}$ । यदि $(x, y) \neq (0, 0)$ यदि $(x, y) = (0, 0)$ क्या f , $(0, 0)$ पर अवकलनीय है?

Let $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x, y) \left\{ \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^3} \right\}$ if $(x, y) \neq (0, 0)$. If $(x, y) = (0, 0)$, is f differentiable at $(0, 0)$?

13. ज्ञात कीजिए। $x \rightarrow 0 \frac{(1+x)^{yx} - e}{x}$

Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{yx} - e}{x}$

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-08	कोर्स शीर्षक:— (Course Title) Differential Equations	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'
Section 'A'
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dx}{dt} = my - nz, \frac{dx}{dt} = nz - lx,$$

$$\frac{dz}{dt} = lx - my$$

2. Show that the differential equation

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{Y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda$$

is a parameter is self orthogonal.

दिखायें कि अवकल समीकरण

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{Y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda, \text{ क प्राचलिक है, स्वलाम्बिक है।}$$

3. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें :

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t, \frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

4. अवकरण समीकरण को हल करें।

$$\cos x (\cos x - \sin x \sin y) dx + \cos y (\cos y - \sin x \sin x) dy = 0$$

Solve the differential equation:

$$\cos x (\cos x - \sin x \sin y) dx + \cos y (\cos y - \sin x \sin x) dy = 0$$

5. प्राचलिक विचरण विधि द्वारा निम्न अवकल समीकरण को हल करें

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x) \frac{dy}{dx} - y \cot x = \sin^2 x$$

Solve the following differential equation by the method variation of parameters.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x) \frac{dy}{dx} - y \cot x = \sin^2 x$$

6. अवकल समीकरण को हल करें— $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

Solve the differential equation. $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

7. हल कीजिए (Solve): (a) $\frac{dy}{dx} \sin(x + y) + \cos(x + y)$

(b) solve $(1+y^2) dx = (\tan^{-1} y-x) dy$.

8. हल कीजिए (Solve): (a) $\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$

(b) $\frac{x^2 d^2y}{dx^2} + \frac{2x dy}{dx} - 2yx^2 \log x + 3x$

9. हल कीजिए (Solve): (a) $\frac{dx}{mx-ny} = \frac{dy}{nx-lz} = \frac{dz}{ly-mx}$

(b) $x(y^2 + z)p = y(x^3 + z)q = z(x^2 - y^2)$

खण्ड – ब
Section - B
लघु उत्तरीय प्रश्न
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. अवकलन समीकरण को हल कीजिए। $1 + y^2 + (x - e^{-\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$
Solve the differential equation: $1 + y^2 + (x - e^{-\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$
2. हल कीजिए (Solve) $p = \log(px - y), p = \frac{dy}{dx}$
3. हल कीजिए (Solve) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = xe^2 \sin x$
4. हल कीजिए (Solve) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \log x$
5. हल कीजिए (Solve) $\frac{dx}{mz - my} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$
6. हल कीजिए (Solve) $\frac{dx}{z^2 - 2yz - y^2} = \frac{dy}{y + z} = \frac{dz}{y - z}$
7. हल कीजिए (Solve) $\frac{d^2y}{dx^2} = e^{2 \cosh x} y(0) = \frac{1}{8} \frac{dy}{dx}$ at $x = 0 = \frac{1}{4}$
8. हल कीजिए (Solve) $\frac{d^2y}{dt^2} - 3x - 4y = 0$ and $\frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0$
9. हल कीजिए (Solve) $r + (a+b) & + abt = xy$
10. हल कीजिए (Solve) $x^2 \frac{z^2}{2x^2} - y^2 \frac{z^2}{2y^2} = xy$
11. Solve the differential equation.

अवकलन समीकरण को हल करें।

$$\frac{\ell dx}{mn(y-z)} = \frac{m dy}{n\ell(z-x)} = \frac{ndz}{\ell m(x-y)}$$

12. हल कीजिए (Solve) :

$$\frac{dx}{y^2} - \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2 y^2 z^2}$$

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-09	कोर्स शीर्षक:— (Course Title) Real Analysis	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	---	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1.(a) (क) ज्ञात कीजिए। $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$

(ख) यदि $Y^{1/m} + Y^{-1/m} = 2x$, तो सिद्ध कीजिए कि $(x^2 - 1) Y_{n+2} + (2n + 1) XY_{n+1} + (n^2 - m^2) Y_n = 0$, जहाँ Y_n , Y का n वाँ अवकलन इंगित करता है।

(b) If $Y^{1/m} + Y^{-1/m} = 2x$, prove that $(x^2 - 1) Y_{n+2} + (2n + 1) xy_{n+1} + (n^2 - m^2) Y_n = 0$, where Y_n denotes the n th derivative of Y .

2. (क) अनुक्रम $\{a_n\}$, जहाँ $a_n = \frac{1}{n}$, का न्यूनतम तथा अधिकतम c ज्ञात कीजिए।

(a) Find the least upper bound and greatest lower bound of the sequence $\{a_n\}$, where

$$a_n = \frac{1}{n},$$

(ख) दिखाइए कि अनुक्रम $\{a_n\}$, जहाँ $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$, अभिसारी है।

(b) Show that the sequence $\{a_n\}$, where $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$, is convergent.

3. (क) श्रेणी $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$ (x>0) अभिसारी की सहायता को स्पष्ट कीजिए।

(a) Test the convergence of the series $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$ (x>0)

(ख) श्रेणी $\sum (-1)^n a_n$ के लिए लिबनीज टेस्ट को लिखकार सिद्ध कीजिए।

(b) State and prove leibnitz test for the series $\sum (-1)^n a_n$.

4. (क) ज्ञात कीजिए— $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x^x - a^a}$

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x^x - a^a}$

(ख) यदि $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$ तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$ जहाँ का के सापेक्ष nवाँ अवकलन इंगित करता है।

If, $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$ prove that $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$ where y_n denotes the n^{th} derivation of y with respect to x .

5. (क) श्रेणी $x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$ (x > 0) की अभिसारी की सदृश्यता को स्पष्ट कीजिए।

Test the convergence of the series $x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$ (x > 0)

(ख) कोषी की मध्यमान प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy's Mean Value theorem.

6. (क) दिखाइए कि $\{a_n\}$ अनुक्रम जहाँ $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ अभिसारी नहीं है।

Show that the sequence $\{a_n\}$, where $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ is not convergent.

(ख) अनुक्रम $\{a_n\}$ जहाँ $a_n = \pi - \frac{1}{4}$ का न्यूनतम तथा अधिकतम बद्ध ज्ञात कीजिए।

Find the least upper bound and greatest lower bound of the sequence $\{a_n\}$, where $a_n = \pi - \frac{1}{4}$

7. दिखाइये कि $[0,1]$ के वास्तविक संख्याओं का समूच्चय आबद्ध होगा।

(a) Show that set of real numbers in $[0,1]$ is un bounded.

(b) अनुक्रम की $\left\{\frac{2n^2}{n^2-3n-5}\right\}$ कन्वर्जेन्स का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of the sequence. $\left\{\frac{2n^2}{n^2-3n-5}\right\}$

8. ज्ञात कीजिए। (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-2\cos x - \cos 2x}{x^2}$

दिखाइये कि $f(x) = \sin(1/3x)$ एक समान $(0,1]$ सतत पर नहीं है।

(b) Show that $f(x) = \sin(1/3x)$ is not uniformly continuous on $(0,1]$.

9. काशी-माध्य प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy mean value theorem.

खण्ड – ब
Section - B
लघु उत्तरीय प्रश्न
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. दर्शाइए कि

$$\log[1 + \sin x] = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \dots$$

Show that :

$$\log[1 + \sin x] = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \dots$$

2. फलन $f(x)$ के सतत् की विवेचना कीजिए जहाँ

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & , 1 < x < 2 \end{cases}$$

Discuss the continuity of the function $f(x)$, where

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & , 1 < x < 2 \end{cases}$$

3. कोषी मध्यमान प्रमेय की सहायता से दर्शाइए कि यदि $X > 0$, तो

$$\log_{10}(x+1) = \frac{x \log_{10} e}{1 + QX} \quad \infty \theta < \backslash$$

With the help of Cauchy's mean value theorem, show that if $x > 0$,

$$\log_{10}(x+1) = \frac{x \log_{10} e}{1 + OX}, \quad \angle \theta < \backslash$$

4. अनुक्रम $\{f_n\}$, जहाँ

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

के समानता अभिसारी की जाँच कीजिए।

Test for uniform convergence, the sequence $\{f_n\}$, where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

5. यदि f तथा g , $[a, b]$ में समाकलित हैं और $f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in [a, b]$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

If f and g are integrable in $[a, b]$ and $f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in [a, b]$, prove that

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

6. दर्शाइए कि श्रेणी

$$\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots$$

IR पर समानतः सतत् है।

Show that the series

$$\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots$$

Converges uniformly on IR.

7. दर्शाइये कि— $e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} + \dots$

Show that $e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} + \dots$

8. फलन $f(x) = \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}$, $x \neq 0$. के सतत् की विवेचना कीजिए।

Discuss the continuity of the function $f(x) = \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}$, $x \neq 0$.

9. श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$, $x \geq 0$ की समानता अभिसारी की जाँच कीजिए।

Test for uniform convergence the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$, $x \geq 0$

10. दर्शाइए कि $(1-x) + x(1-x) + x^2(1-x) + \dots$ [0, b] श्रेणी में $[<]$ समानतः सतत है।

Show that the series $(1-x) + x(1-x) + x^2(1-x) + \dots$ [0, b] converges uniformly in if $[<]$.

11. यदि a_0, a_1, \dots, a_n इस प्रकार वास्तविक संख्याएँ हैं कि $\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n} + \dots + \frac{a_n}{1} = 0$ तो दर्शाइयें कि समीकरण $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ का कम से कम एक मूल 0 तथा 1 के बीच में है।

If a_0, a_1, \dots, a_n be real number such that $\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n} + \dots + \frac{a_n}{1} = 0$ then show that there exists at least one root of the equation $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ between 0 and 1.

12. यदि $f : [a, b] \rightarrow E^1$ में रीमॉन समाकलित है तो सिद्ध कीजिए $\lambda f : [a, b] \rightarrow E^1, \lambda > 0$ अचर है, भी रीमॉन समाकलित है तथा $\int_a^b \lambda f(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx$.

If function $f : [a, b] \rightarrow E^1$ be Rirmann integrable, then prove that $\lambda f : [a, b] \rightarrow E^1, \lambda > 0$ is fixed is also rirmann integrabl and $\int_a^b \lambda f(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx$.

13. दिखाइये (Show that) $e^x \cos x = 1 - x - \frac{2x^2}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} - \dots$

Show that: $e^x \cos x = 1 - x - \frac{2x^2}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} - \dots$

14. श्रेणी $\sum \cos\left(\frac{1}{n}\right)$ के अभिसारिता की जाँच करें।

Test the convergence of the series $\sum \cos\left(\frac{1}{n}\right)$.

15. ज्ञात कीजिए $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{en} - \log(1+x)}{x^2}$

Evaluable : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{en} - \log(1+x)}{x^2}$

16. दिखाइये कि आरबिट्ररी संघ अनावृत समुच्चयों का अनावृत होगा।

Show that arbitrary union of open sets is open.

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2017-18

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-10	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) Numerical Analysis	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. लेगरॉन्ज विधि का उपयोग करके एक त्रिघातीय Polynomial को ज्ञात करें जो दिये गये आँकड़ों का करीबी मानों से हो।

Applying Lagrange's formula, find a cubic polynomial which approximates the following data

X	-2	-1	2	3
Y(x)	-12	-8	3	5

2. दिये गये टेबल x तथा e^x की सहायता से e^x का मान ज्ञात करें जब $x = 0.644$ हो

From the given table of x and e^x , find the value of e^x when $x = 0.644$.

X	0.61	0.62	0.63	0.64	0.65	0.66	0.67
$y = e^x$	1.840431	1.858928	1.877610	1.896481	1.915541	1.934792	1.954237

3. क्रमेर विधि से दिये गये समीकरणों को हल करें।

Solve the following system of equations by cramer's rule :

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

4. (क) दर्शाइए कि न्यूटन-राफसन विधि में असिसरण की कोटि दो है।
Show that Newton-Raphson method has a convergence of order two.

5. दिया है (Given)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	1	8	27	64	125	216	343	512

ज्ञात कीजिए (Find) f (7.5)

6. लागरांज विधि से आंकड़ों के करीबी सतत मान ज्ञात करें।
Using Lagrange formula for interpolation and

x	0	1	2	3	4
f(x)	3	6	11	18	27

तथा फलन को ज्ञात करें। find the function (fx).

7. सीम्लेक्स विधि द्वारा प्रश्न को हल कीजिए।

Using simplex method solve the problem.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3. \text{ Subject to } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

8. ट्रॉन्सपोटेशन प्रश्न को हल कीजिए।

Solve the transportation problem.

From	To			supply
	1	2	3	
1	2	7	4	5
2	3	3	1	8
3	5	4	7	7
4	1	6	2	14
Demand	7	9	18	34

9. न्यूनतम एसीन्मेन्ट प्रश्न को हल कीजिए।

Solve the minimal assignment problem.

Man→ Job↓	1	2	3	4
I.	12	30	21	15
II.	18	33	9	31
III.	44	25	24	21
IV.	23	30	28	14

खण्ड – ब
Section - B
लघु उत्तरीय प्रश्न
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. सिन्पसन्स के $\frac{1}{3}$ नियम से समाकलन $\int_1^{2.5} e^x dx$ का मान ज्ञात करें।

Evaluate the integral $\int_1^{2.5} e^x dx$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule.

2. न्यूटन रॉफसन विधि से $\sqrt{38}$ का मान दशमलव के चार स्थान तक ज्ञात करें।

Evaluate $\sqrt{38}$ by Newton - Raphson method correct to four decimal places.

3. मैट्रिक्स में प्रतिलोम घात विधि को समझाएँ।

Explain the inverse power method in matrix.

4. लेगरॉन्ज के माध्य मान प्रमेय की व्याख्या करें।

Explain Lagrange's mean vlaue theorem.

5. लेगरॉन्ज इन्टरपालेशन विधि का उपयोग करके फलन का स्वरूप दिये गये टेबल से ज्ञात करें।

Using Lagrange's interpolation formula, find the form of the function from the given table :

	0	1	3	4
Y	-12	0	12	24

6. मैट्रिक्स का प्रतिलोम ज्ञात करें :

Find inverse of the matrix :

	5	-2	4
A =	-2	1	1
	4	1	0

7. मध्यमान मूल्य प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove intermediate Value them.

8. ज्ञात कीजिए $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ सिम्पसन के 1/3 और 3/8 नियम से।

Find $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ by using simson's 1/3 and 3/8.

9. रुंजे-कुट्टा विधि से y का करीबीमान ज्ञात कीजिए जब $x=0.1$ तथा $x=0.2$ और ज्ञात है कि $x=0$ पर $y=1$ तथा $\frac{dy}{dx} = x + y$

Use Runge-Kutta method to approximate y , when $x=0.1$ and $x=0.2$ given that $x=0$ when $y=1$ and $\frac{dy}{dx} = x + y$

10. सह खण्डज् विधि से प्रतिलाम आब्यूह ज्ञात कीजिए जब

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

By LU decom position method Find invrse of the matix when

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

11. विक्रेता समस्या को लिखें।

Write the sales man problems.

12. खेल विधि के उपयोग को लिखें।

Explain applications of game theory.

13. ऑपरेशन रीसर्च के उपयोग को लिखिये।

Write uses of operation research.

14. एसाइन्मेन्ट प्रश्न के हंगेरीयन विधि को समझाइये।

Explain Hungnrium method for assignment problem.

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद
विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

(July-2017 and January-2018)

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-11	कोर्स शीर्षक:— प्रायिकता एवं सांख्यिकी Course Title - Probability & Statistics	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

Note: Attempt any three questions section A and Four questions section B.

नोट— खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'
Section 'A'
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
Long Answer Questions

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18
Maximum Marks: 18

1. सह-सम्बन्ध के बारे में चर्चा करें। तथा कार्ल-पियरसन सहसम्बन्ध गुणोक्त तथा स्पीयरमैन सहसम्बन्ध गुणोक्त के बारे में बतायें।

Discuss about the correlation also define karl-pearson coefficient & Spearman Correlation coefficient.

2. आघूर्ण जनक फलन के बारे में चर्चा करें तथा प्रथम चार केन्द्रीय आघूर्ण के बारे में भी बताये।

Discuss about the moment Generating function and also define first four central moments.

3. केन्द्रीय सीमा प्रमेय को बताये ओर सिद्ध करें।

State and prove Central limit theorem.

4. दिये गये आंकड़ों से प्रसरण निकाले।

Calculate variance from the following data

CI	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	12	21	45	30	10

5. गणतीय प्रत्याशा तथा प्रसामान्य बंटन के आघूर्ण जनक फलन के बारे में चर्चा करें।
Discuss about the mathematical Expectation. Also find the moment generating function of normal distribution.

6. दिये गये आंकड़ों से माध्य निकाले।

Calculate mean from following data

C.I.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	9	14	26	20	12

7. उपरोक्त आँकड़ों की मदद से सहसम्बन्ध गुणांक निकाले।
Calculate co-relation co-efficient from given data

X	68	69	64	59	63	61
y	58	52	56	52	41	49

8. सिद्ध करें। (Prove that)

$$P(A \cup B \cup C) - P(A \cap B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C).$$

9. सिद्ध करें। (Prove that)

$$P(A \cap B/C) + P(A \cup B/C) = P(A/C) + P(B/C)$$

10. शेबीशेव असमिका को बताये और सिद्ध करें।
State and prove chebeshev's inequality.

11. सहसम्बन्ध गुणांक r का मान सदैव -1 तथा +1 के बीच ही क्यों रहता है?

Why does coefficient of correlation (r) always lies between -1 and +1?

12. किसी अधिवर्ष में 53 रविवार के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Find the probability of getting 53 Sundays in a leap year.

13. सिद्ध कीजिए—

Prove That:

$$n C_r + n C_{r+1} = n + 1 C_{r+1}$$

खण्ड – ब
Section - B
लघु उत्तरीय प्रश्न
Short Answer Questions

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. संक्षिप्त में लिखें।
Write short notes on.
 - (a) दुर्बल बृहत संख्या नियम।
Weak law of large numbers.
 - (b) गणितीय प्रत्याशा।
Mathematical Expectation.
2. यदि $x \sim B(12, 1/4)$ तब माध्य तथा प्रसरण का मान निकालें।
If $x \sim B(12, 1/4)$ then find the value of mean & variance.
3. टी-टेस्ट एवं एफ टेस्ट के बारे में बतायें।
Write a note on t- test and F-test.
4. विषमता एवं कुकुद्रता के बारे में चर्चा करें।
Discuss about skewness and kurtosis.
5. आवृत्ति विस्तार के बारे में बतायें।
Write a note on Frequency- distribution.
6. दैव निदर्शन विधि के बारे में बतायें।
Write a note on Random Sampling method.
7. यदि $x \sim B(10, \frac{1}{4})$ तो द्विपद बंटन के माध्य एवं प्रसरण ज्ञात करें।
If $x \sim B(10, \frac{1}{4})$ then find out the mean and variance of Binomial distribution.
8. गुणोत्तर बंटन के बारे में बतायें साथ ही इसका माध्य एवं प्रसरण भी ज्ञात करें।
Discuss about the Geometric Distribution, also find the mean and variance of geometric distribution.
9. क्रान्तिक प्रदेश तथा स्वातंत्र्य कोटि पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखें।

Write a note on Critical region and degree of freedom..

10. निम्न पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखो—(Write short notes on)
 - a. सार्थकता स्तर (Level of significance)
 - b. परिकल्पना के प्रकार (Types of Hypothesis).
11. कन्डीशनल प्रायिकता के बारे में बताये।
Discuss about the conditional probability.
12. यदि $x \sim B(15, 1/2)$ तो माध्य एवं प्रसरण ज्ञात करें।
If $x \sim B(15, 1/2)$ the find mean & variance .
13. यदि $x \sim N(20, 12)$ तो ज्ञात करें $P(x \leq 5)$ & $P(x^3 \geq 10)$
If $x \sim N(20, 12)$ then find $P(x \leq 5)$ & $P(x^3 \geq 10)$
14. स्वतंत्र एवं परतंत्र घटनाओं में अंतर कीजिए।
Distinguish between dependent and independent events.
15. सिद्ध करें। (Prove that)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-12	कोर्स शीर्षक:— (Course Title) Linear Programming	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. सीम्प्लेक्स विधि द्वारा प्रश्न को हल करें।

Using simplex method solve the problem.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3$$

$$\text{Subject to } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100, x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 \geq 0.$$

2. न्यूनतम एसीन्मेन्ट प्रश्न को हल करें।

Solve the minimal assignment problem

Man →		1	2	3	4
Job	I	12	30	21	15
	II	18	33	9	31
	III	44	25	24	21
	IV	23	30	28	14

3. यूक्लिडीयन समष्टि के बारे में विस्तार से बताइये :
Explain the Euclidean Space.

4. पदों को परिभाषित कर व्याख्या करें। (Define and explain the terms)

(क) मैट्रिक्स का व्युत्क्रम (Inverse of Matrix)

(ख) स्लैक चर (Slack Variable)

(ग) बद्ध तथा खुला समुच्चय (Bounded and unbounded set)

5. प्रश्न का द्वैत लिखकर इसे हल करें। (Write down the dual of the problem and solve it)

Minimize $Z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$

Subject to $5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$

$-2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 2$

$x_1 + 5x_2 - 3x_3 \leq 1$

$-3x_1 + 3x_2 - 7x_3 \leq b$

6. Solve the cost minimizing assignment where cost matrix is given by-

	m_1	m_2	m_3	m_4
J_1	2	5	7	9
J_2	4	9	10	1
J_3	7	3	5	8
J_4	8	2	4	9

7. यूक्लिडीयन समष्टि के बारे में विस्तार से बताइये :
Explain the Euclidean Space.

8. कृत्रिम चर विधि क्या है। वर्णन करें।

What is Artificial Variable Method? Explain it.

9. परिवहन समस्या की विशिष्ट संरचना के बारे में बतायें।

Explain about the Special Structure of the Transportation Problem?

खण्ड – ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. ऑपरेशन रीसर्च के उपयोग को लिखें।

Write uses of operation research.

2. साइनमेन्ट प्रश्न के लिए इंगेरीयन विधि को समझाये ।
Explain Hungarian method for assignment problem.
3. खेल विधि के उपयोग को लिखें ।
Explain application of game theory.
4. ग्राफिकल विधि से स्पष्ट समस्या को हल करें ।
Solve the LPP Problem by graphical method.
Max $Z = 8X_1 + 7X_2$
Subject to $3x_1 + x_2 \leq 66000$
 $x_1 + x_2 \leq 45000$
 $x_1 \leq 20000$
 $x_2 \leq 40000, x_1 \geq 0, X_1 \geq 0$.
5. विक्रेता समस्या को लिखें ।
Write the sales Man problems.
6. नोट लिखें ।
Write short notes.
(i) फिजीबल हल
Feasible solution
(ii) प्राइमल तथा डुअल हल
Primal and Dual solution
(iii) दो चरों में अधिकतम मान समस्या ।
Optimization problem in two variables.
7. ग्राफ द्वारा हल करें— Solve by graphical method.
Minimize $Z = 20x + 10y$
Subject to $x + 2y \leq 40$
 $3x + y \leq 30$
 $4x + 3y \leq 60$
8. दिखायें (Show that) $S = \{(x, y): 3x^2 + 2y^2 \leq 5\}$ is convex set.
9. दिखायें (Show that) $S = \{(1,2,3), (-1,1,2), (2,4,6)\}$ is Linearly dependent.
10. जैव विज्ञान में ऑपरेशन रीसर्च की उपयोगिता को लिखें ।
Write uses of operation research in life science.
11. सिद्ध कीजिए कि एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सभी सुसंगत हलों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है?
Prove that all feasible salutation of Linear Programming Problems is convex Set?
12. ऊनविम समतल तथा अर्ध समष्टियाँ पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखें ।
Write the short note on Hyper Plane and Half Spaces

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-13	कोर्स शीर्षक:— (Course Title) Discreet Mathematics	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. नोट लिखें:

- लॉजिकल संयोजन
- प्रति उदाहरण
- खण्ड एवं वितरण।

Writ short notes :

- Logical connectives
- Counter examples
- Partitions and Distributions

2. रैखिक समांगी रेकरेन्स क्या है? उदाहरण के साथ लिखें।

What is Linear Homogenous recurrence explain with examples.

3. घुमन्तु विक्रेता की समस्या पर उदाहरण के साथ एक नोट लिखें।

Write a Note with example on travelling salesperson problem.

4. (क) इनकी सत्यता चार्ट बनायें। (Construct truth table of the following)

(i) $(P \wedge Q) \vee (\sim P \wedge Q) \vee (P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge \sim Q)$

(ii) $(P \vee Q) \wedge R \leftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$.

(ख) यदि $(B, +, \cdot)$ एक बुलियन अल्जेबरा हो तो सिद्ध करें:

If $(B, +, \cdot)$ is a Boolean Algebra then prove that.

(i) $A \cdot (a+b) = a$ (ii) $a+(a \cdot b) = a \forall a, b \in B$

5. (क) बुलियन वलय को \vee तथा \wedge के सापेक्ष परिभाषित करें।

Define a Boolean ring for the operations.

(ख) कारनॉक फलन से निम्न को हल करें:

To use Karnauff map to simplify.

$$X = A^1BC + AB^1C + ABC^1 + A^1B^1C^1$$

6. (क) दिखायें कि r लगातार पूर्णोंको का गुणनफल $r!$ से विभाजित होगा।

Prove that the product of r consecutive integers is divided by $r!$

(ख) परिभाषित करें : (Define the terms)

- लॉजिकल क्वांटिफायर्स (Logical Quantifiers)
- यूलर तथा हैमिल्टोनियन ग्राफ (Euler and Hamiltonian Graph)
- जुड़ा ग्राफ (Connected Graph)

7. Let (L, \leq) be a Lattice, for any $a, b, c, \in L$ then show that these inequalities holds;

- $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
- $a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
- $a \leq c \Leftrightarrow a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge c$

8. निम्न को दर्शाइए— (i) Graph (ii) दो- graphs का संघ (iii) दो graphs का Intersection

a) Define the terms : (i) Graph (ii) Union of two graphs (iii) Intersection of two graphs.

b) Define Hamiltonian graph and prove that if G is a simple graph with number of vertices $n \geq 3$. and $\deg(v) + \deg(w) \geq n$ for every pair of nonadjacent vertices v and w , then G is Hamiltonian.

9. उदाहरण के साथ परिभाषित करें।

(क) (i) जेनेरेटिंग फलन (ii) डाईग्राफर (iii) ध्रुवीय एवं अध्रुवीय ग्राफ

Define and example of the following terms

(i) Generating function (ii) Diagraph (iii) Planar and non-planar graph.

(ख) हैमिलटोनियन ग्राफ का उदाहरण के साथ परिभाषित करें।

(b) Define Hamietonian graph and give an example.

खण्ड – ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें ।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. पीजिन होल नियम की व्याख्या करें ।
Explain Pigeon-Hole principle.
2. सत्यता सारणी बनाये ।
Construct the truth table of
 $(PVQ) \wedge (QVR) \wedge (PV \vee Q) \wedge (\vee PVQ) \wedge (\vee RVP)$
3. सिद्ध करें कि $n_{c_r} + n_{c_{r-1}} = n+1_{c_r}$ fl
Prove that $n_{c_r} + n_{c_{r-1}} = n+1_{c_r}$ fl
4. $(xy^1 + x^1y^1)(y + z^1 + w)(xy)$ का circuit चित्र बनायें ।
Draw circuit diagram of $(xy^1 + x^1y^1)(y + Z^1 + w)(xy)$.
5. हैमिपटोनियन ग्राफ को उदाहरण के साथ व्याख्या करें ।
Explain with example of Hamiltonian graphs.
6. जेनेरेटिंग फलन पर एक नोट लिखें ।
Write a note on generating functions.
7. अन्तर समीकरण को हल करें: Solve the difference equation.
$$a_{r+2} - 7a_{r+1} - 8a_r = 2^r \cdot r^2$$
8. उदाहरण के साथ डीसकनोवन्टेड ग्राफ को परिभाषित करें ।
Define adiconnected graph with example
9. दिखायें $(P \vee Q) \vee R \leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$.
10. दिखायें— Show that in Boolean Algebra for $x, y, z \in B$
$$(x \vee z!) \wedge (y! \vee Z)^1 = (x^1 \vee y) \wedge Z^1$$
11. दिखायें (Prove that) $n_{C_r} = P_r^n, \frac{1}{r!}$
12. उदाहरण के साथ बाइनरी पेड़ को परिभाषित करें ।
Define a complete binary tree with an example.

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-14	कोर्स शीर्षक:— (Course Title) Mathematics Modeling	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. गणितीय निदर्ष क्या है? विस्तार से लिखें।
What is Mathematical modeling, explain briefly.
2. वायु प्रदूषण क्या है? गाउसीयन निदर्ष क्या है? उदाहरण के साथ समझायें।
What is air-pollutions? What is Gaussian model of Dispersion? Explain with example.
3. द्विजातीय जनसंख्या निदर्ष क्या है? इसे कैसे सूत्रा से जोड़ते हैं? इसका क्या हल एवं व्याख्या होता है?
What is two species population models? How we formulate the model? What is the solution and how we interpretate it?
4. सिद्ध कीजिए कि सरल आवर्त गति में आवर्त काल आयाम पर निर्भर करता है।
Prove that in a simple harmonic motion the periodic time is independent of amplitude.
5. निम्नलिखित पदों की व्याख्या करें। (Explain the following terms):
 - a) आपूर्ति फलन (Supply function)
 - b) माँग फलन (Demand Function)
 - c) उत्पादन फलन (Production Function)

6. गणतीय मॉडल की भूमिका निवेश में उदाहरण के साथ समझायें।
Explain role of Mathematical modeling in investment with examples.
7. ग्रहों के गति सम्बन्धित कप्लर का नियम लिखें। सिद्ध कीजिये कि किसी ग्रह पर लगने वाले बल सूर्य से उसकी दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।
Write Law of Kapler's regarding planetary motion. Prove that force acting on the planet due to sun is inversely proportional to square of distance between them.
8. विक्षेपण के गॉस निदर्श की विवेचना कीजिए।
Discuss Gaussion model of distribution.
9. खेल सिद्धान्त क्या है? दो व्यक्तियों के शून्य-योग खेल से आपका क्या तात्पर्य है? उदाहरण के साथ बताये।
Describe game theory. What do you mean by two person zero sum games. Explain with example.
10. नीचे दिये गये समीकरणों के लिए समस्त क्रान्तिक बिन्दु ज्ञात करें और उनके प्रकार व स्थायित्व की विवेचना करें।
Determine all real critical points of each of the following systems of equations and discuss their type of stability
- a) $\frac{dx}{dt} = x + xy$ b) $\frac{dx}{dy} = x - y$
 $\frac{dy}{dt} = x + y$ $\frac{dy}{dt} = xy - 1$

खण्ड – ब
Section - B
लघु उत्तरीय प्रश्न
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12
Maximum Marks: 12

नोट : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

Note: Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम को लिखें तथा उसकी परिसीमायें लिखें।
Write Newton's law of gravitation and its limitations.
2. किसी मॉडल के इस एवं व्याख्या पर एक नोट लिखें।
Write a short note on solving and interpreting a model.
3. कल जातीय जनसंख्या मॉडल क्या है।
What is single species population model.
4. इपिडेमिक्स क्या है? उदाहरण दें।
What is Epidemics, give example.

5. बाजार संतुलन क्या है? उदाहरण दें।
What is market equilibrium, give example.
6. मॉर्कोबीज मॉडल की व्याख्या करें।
Explain markowitz Model.
7. एक सरल महामारी निदर्श का वर्णन करें।
Describe a simple epidemic model.
8. एक द्विजातीय आबादी निदर्श की विवेचना करें।
Discuss a two species population model.
9. ग्रहों की गति सम्बन्धी केप्लर के नियमों का उल्लेख कीजिए।
State Kepler's law of planetary motion.
10. मानव शरीर में रक्त प्रवाह एवं ऑक्सीजन स्थानान्तरण का वर्णन कीजिए।
Describe blood flow and oxygen transfer in human body.
11. पूँजी लगाने के मार्कोविट्ज निदर्श का वर्णन कीजिए।
Describe Markowitz model of capital investment.
12. लोत्का-वोल्टरा समीकरण दो जन्तुओं के निदर्शन के सम्बन्ध में उद्धृत कीजिए।
State Lotka_Volterra equations in connection with two species model.
13. एकाधिकार तथा द्वैधिकार की व्याख्या कीजिए।
Explain monopoly and Duopoly.
14. प्रतिगमन मूल्यांकन, जोखिम मूल्यांकन तथा संविभाग मूल्यांकन (चयन) को बतायें।
Discuss return valuation, risk valuation and portfolio selection.